

**Université 08 Mai 45 de Guelma**  
**Département d'Informatique**

Guelma, le 07 Avril 2011

Durée de l'examen : Deux (2h00) Heurs

**Exercice 1 : Machine de Turing (07 pt)**

1. Définissez la machine de Turing qui vérifie si une suite de parenthèses jusqu'à  $n=3$  jeux de parenthèses est équilibrée ou non. La machine renvoie  $R=1$  (la machine écrit sur le ruban 1) si la suite de parenthèses est équilibrée, c'est-à-dire si les parenthèses sont correctement fermées (par ex " $()(())$ "). La machine renvoie  $R=0$  (la machine écrit sur le ruban 0) si la suite de parenthèses est mal équilibrée ( par ex " $)()(($ " ) ou s'il y a plus que  $n=3$  jeux de parenthèses (par ex " $((((($ )))").

Est-il possible de généraliser cette machine de Turing pour un nombre arbitraire de parenthèses ? **(3,5 Pt)**

2. Ecrire une machine de Turing qui, prenant en entrée une suite (contigue) de  $n$  '1', donne en sortie une suite de  $2^n$  '1'. **(3,5 Pt)**

**Exercice 2 : Logique Propositionnelle (04 pt)**

Une banque vient d'installer un nouveau coffre-fort. Le coffre-fort ne doit pouvoir être ouvert que par :

1. le directeur et le secrétaire général ensemble, ou bien par,
2. le directeur, le caissier et le comptable ensemble, ou bien par,
3. le secrétaire général, le comptable et l'adjoint du caissier.

Ces ensembles de personnes (et les ensembles les incluant) sont les seules possibilités existantes pour ouvrir le coffre. Combien faut-il installer de serrures au minimum sur ce coffre et comment répartir les clés de ces serrures ?

**Exercice 3 : Logique Propositionnelle 'Dédution' (04 pt)**

On se trouve sur une île dont les originaires sont répartis en deux tribus, les Purs et les Pires. Les Purs disent toujours la vérité tandis que les Pires mentent toujours. On rencontre deux originaires, Aha et Bébé.

- (A) Aha déclare : "L'un de nous au moins est un Pire". Pouvez-vous en déduire ce que sont Aha et Bébé ?
- (B) Aha déclare : "L'un de nous deux au plus est un Pire". Pouvez-vous en déduire ce que sont Aha et Bébé ?
- (C) Aha déclare : "Nous sommes tous les deux de la même tribu". Pouvez-vous en déduire ce que sont Aha et Bébé ?

Dans chacun de cas, on indiquera comment les énoncés en français ont été traduits en formules et on expliquera comme la déduction a été effectuée.

**Exercice 4 : Logique des Prédicats (05 pt)**

Soit  $x, y, z$  des variables et  $a$  une constante.

- a) Déterminer les variables libres, les variables liées ainsi que les relations (Prédicats) et fonctions dans les formules suivantes : **(02 pt)**

- $A = \forall x P(f(x,y,z)) \vee \forall z R(a,z)$
- $B = \forall x (\forall y \exists z P(x,y,z) \vee \forall z \exists y (Q(z) \Rightarrow R(x,y)))$
- $C = \forall x \exists y (Q(x, y) \Rightarrow \forall z \exists t P(x, y, z, t))$

- b) Quelles sont les formules closes parmi A, B, C ? **(01 pt)**

c) Mettez la ou les formules closes sous la forme prénexe ?

**(02 pt)**